

Förstklassig Matematik - konsten att kortsluta utbildningssystemet

Ambjörn Naeve, dec 1997

Inledning

Matematik är studiet av all struktur som den mänskliga hjärnan är mäktig att uppfatta. Att bedriva matematik är en rent mental process, som trots detta har förvånansvärt starka kopplingar till den fysikaliska verklighet som omger oss. När man utvecklar sin matematiska förståelse, arbetar båda hjärnhalvorna tillsammans med att konstruera tankar, vilka fungerar som en sorts logiskt testade fantasistrukturer. I termer av den välkända "hjärnhalvsmetaforen" kan man säga att höger hjärnhalva fantiserar och vänster hjärnhalva analyserar logiken i de framkastade idéerna. Endast de idéer som överlever den logiska granskningen accepteras som matematiska sanningar.

Förstklassig Matematik

Projektet *Förstklassig Matematik* vill förmedla en bild av matematiken som en sådan dubbelhalvig tankeprocess. Det är viktigt att eleverna tidigt får tillfälle att utveckla sina egna matematiska fantasier, vilket i sin tur förutsätter att de tidigt får möta goda exempel på matematisk struktur. Ett bra exempel på vad som då kan hända är den s.k. "kuben", som härjade på skolgårdarna för ett antal år sedan. Eleverna gjorde avancerad matematik på rasterna eller i tunnelbanan - med ett glödande intresse som den dagliga skolmatematiken aldrig någonsin lyckas uppväcka!

Med hjälp av den moderna informationstekniken kan man idag på ett helt nytt sätt illustrera och levandegöra många spännande exempel på matematisk struktur och låta eleverna själva interaktivt utforska idéinnehållet i olika matematiska begrepp.

Enligt ovanstående definition av matematik är vi alla (mer eller mindre) matematiker, eftersom vi alla ägnar oss åt att försöka förstå olika fenomen i den värld vi lever i genom att för oss själva representera deras struktur på olika sätt. En viktig orsak till att så många av oss - trots detta grundläggande faktum - under skoltiden tappar intresset för att utveckla sitt strukturella tänkande (dvs sin matematiska förmåga) ligger i att ämnet inte alls presenteras utifrån denna utgångspunkt.

Vardagsmatematik - konsten att döda intresset

Inom skolundervisningen betonas i stället den s.k. *vardagsmatematiken* som det bästa sättet att introducera unga människor till ämnet. Vardagsmatematiken är onekligen viktig genom att den visar på matematikens konkreta nytta och synliggör dess kopplingar till olika praktiska aktiviteter som är relativt enkla att förstå. Men genom att det vardagsmatematiska perspektivet har fått en så dominerande ställning i den tidiga kontakten med ämnet riskerar vi att helt misslyckas med uppgiften att till de flesta elever förmedla några som helst insikter om matematikens egentliga karaktär – om *helgdagsmatematiken* och dess inre kärna av svindlande tankerymder uppbyggda av logiskt sammanhängande fantasier.

I ett samhälle som - inte minst via den ökande användningen av datorer - matematiseras i en allt snabbare takt, är det av strategisk betydelse att det medfödda intresse för matematik, som nästan alla barn visar upp under de tidiga skolåren, kan vidmakthållas och förstärkas under utbildningsprocessens gång. Endast genom att tillräckligt många ungdomar väljer att viga sina liv åt matematiken kan de strukturella förutsättningarna för den högteknologiska samhällsutveckling som de flesta verkar ta för givet vidmakthållas på längre sikt.

Vad är helgdagsmatematik?

Att så tidigt som möjligt få möta exempel på helgdagsmatematik – eller åtminstone få chansen att ana dess existens - kan bli avgörande för en ung människas beslut att ägna sig åt mera ingående studier i matematik. Vad det handlar om är att försöka förmedla något av den känsla som på ett oöverträffat sätt strömmar emot oss i Willy Kyrklunds beskrivning av hur det är att matematisera när det är som bäst:

“Inom alla andra verksamheter erfar människan en känsla av att krypa längs med marken; hon förnimmer plågsamt sin otillräcklighet, sina delvisa kunskaper och sin brist på överblick. Endast inom matematiken erfar människan en känsla av att sväva i rymden; hennes ängslan gäller att falla ned.

Den matematiska kalkylen spinner en underbar spindelväv, högt över död och avgrunder, vars trådar löper ut och löper samman i en rymd utan gräns. Detta är matematikens höga rena omänsklighet.

På denna spindelvävsstege klättrar människan mot himmelen. Månen och stjärnorna fångar hon i sin fjärlshåv. Rund och glödande lyser månen i håvens botten. Stjärnornas sliverfiskar kastar sin mjölk. Rakt upp i det svarta djupet klättrar klättraren. Under honom glimmar en mareld av stjärnljus; stegen sviktar i en kosmisk vind. O ingenting finnes som är likt denna svindel! Ju högre han klättrar dess mindre blir han. En dag när luften är fylld av solrök och valfflickors rop, är han alldeles försvunnen.”

Man skulle kunna säga att matematiken består av logiskt uttestade fantasifoster. Vardagsmatematiken ger oss emellertid sällan några chanser att fostra våra egna matematiska fantasier. Här möter vi istället en matematik där det är "färdigtänkt och färdigfantiserat" och där facit talar om för oss vad som är rätt och vad som är fel.

Den "lägre" undervisningen - en överdos av räkning

En matematiker är en person som tänker i en dag för att slippa räkna i en timme. Trots detta presenteras matematiken i skolan i stort sett som om den bara handlade om räkning. Med hjälp av facit ersätts obönhörligen det logiska fostrandet av de egna matematiska fantasierna med ett räknebaserat maratonlopp genom läroböckerna, där formen ersätter innehållet och det viktigaste blir hur man ligger till i loppet i jämförelse med sina kamrater, att man har dragit två streck under svaret, att man har två tomma rader mellan varje uppgift och att man har en jämn och fin vänstermarginal i uppställningen av sina räkningar.

Den "högre" undervisningen - en överdos av bevis

Om man trots alla odds skulle lyckas härda ut tillräckligt länge för att ta sig vidare till den s.k. högre matematikundervisningen (på universitetsnivå) så finner man att presentationen av ämnet plötsligt totalt har bytt karaktär. Nu möts de nyblivna studenterna oftast av en serie föreläsningar som grundar sig på en maximalt kompakt formulerad, deduktivt orienterad framställning av ämnet enligt modellen definition – sats – bevis. Kopplingen till tillämpningar lyser i det närmaste helt med sin frånvaro, för att inte tala om kopplingen till den omgivande kulturen och idéhistorien. Som student befinner man sig nu i ett sorts abstrakt vacuum, brutalt utslungad i ett kargt och ödsligt matematiskt månlandskap utan den ringaste uppfattning om hur – eller framförallt varför - man själv, eller för den delen den mänsliga kulturen som sådan, egentligen har hamnat där.

Om vi skulle skriva deckare på samma sätt som vi undervisar i "högre" matematik, så skulle mördaren ständigt bli avslöjad på första sidan. Det skulle aldrig hinna bli någon historia, någon dramatik, några mysterier eller någon intrig. Orsaken till detta ligger i den strikta tillämpningen av den deduktiva framsställningsformen, vilken tvingar föreläsaren att bevisa allt som han eller hon vill visa. Den föreläsare, som vid avslutad kurs inte har presenterat sitt material i form av en logiskt sammanhängande kedja av deduktioner, kommer med största sannolikhet att uppleva sin framställning som misslyckad. Och den föreläsare som lyckats med detta konststycke kommer troligen att uppleva sin framställning som relativt lyckad, trots att antagligen endast ett fåtal studenter hade några egentliga förutsättningar att tillgodogöra sig densamma. Men eftersom "bevisen i alla fall inte kommer på tentan" – som tur är frestas man tillägga - så räknar de flesta studenter några extor och lär sig några standardtal mer eller mindre

utantill. Och på så sätt brukar det ordna sig – det där med tentan - efter några tappra försök.

Bakgrund

Under de senaste 15 åren har undertecknad bedrivit ett arbete på KTH i syfte att utnyttja datorernas möjligheter att levandegöra matematiken. Arbetet har dels tagit formen av egen programmering, dels av handledning av ett antal projekt - framför allt olika elevprojekt inom högre årskurser av civilingenjörsutbildningen samt examensarbeten för civilingenjörs- och doktorsexamen-

Gemensamt för samtliga projekt har varit deras syfte att presentera spännande matematiska idéer på ett sätt som möjliggör en ökad förståelse av dem genom interaktion och experiment av olika slag.

Verksamheten var från början fokuserad på geometri, men under senare år har arbetet kommit att inriktas mot att bygga datorstödda matematikverktyg som kan fungera tillsammans i en modulariserad och distribuerad konceptuell och experimentell läromiljö.

Här kan framförallt nämnas följande projekt:

- Kunskapens Trädgård
- Projective Drawing Board
- Begreppsnavigation med Conzilla
- Ett Virtuellt Exploratorium för Matematik
- Distribuerade Komponentarkiv för Matematik
- CyberMath

Det Virtuella Matematikexploratoriet

Matematik består väsentligen av tre olika delar: *begreppsbyggning*, *problemformulering* och *problemlösning*.

Trots att den överlägset största delen av innehållet i en matematikbok på högre nivå ägnas åt begreppsbyggning (= definitioner), så ägnas den matematiska utbildningen huvudsakligen åt lösning av färdigformulerade problem. En bärande tanke med det virtuella matematikexploratoriet är att utnyttja den multimediebaserade IT teknikens möjligheter att stödja begreppsbyggingsprocessen genom visualisering och interaktion av olika slag.

En viktig uppgift för exploratoriet är att fungera som vad man skulle kunna kalla en "Skeletten-i-garderoben web-site för matematik" under mottot: "Allt vad du skulle vilja veta om matematik men inte vågar fråga på föreläsningarna".

Målgrupp 1: Teknologer och studenter med intresse att förbättra förutsättningarna för sina matematiska studier genom att bättra på sina förkunskaper och fylla igen luckor från den tidigare utbildningen.

Målgrupp 2: Nyfikna gymnasister och grundskoleelever med intresse att ta reda på mer om hur de matematiska begreppen egentligen hänger ihop.

Dessa målgrupper gör det möjligt att koncentrera sig på skolmatematiken (med början i gymnasiet) för att sedan arbeta sig nedåt i åldrarna. Det gör det också synnerligen intressant för högskolorna att samarbeta, eftersom man har ett stort behov av stödåtgärder i den matematikundervisning som möter de nyintagna studenterna. Den långsiktiga målsättningen är att "kortsluta utbildningssystemet" genom att sätta alla dess olika lager i kontakt med varandra och införa Förstklassig Matematik på alla nivåer!